CONCURSUL INTERNAŢIONAL „ION BARBU - DAN BARBILIAN”

Ediţia a XVIII - a, Călăraşi, 1 - 3 noiembrie 2013

Clasa a VI–a

P1. a) Patru numere naturale a, b, c, d formează un „grup nostim” dacă $a<b<c<d$, $2\cdot b=a+c$ și $2\cdot c=b+d$ (de exemplu numerele naturale $3, 6, 9, 12$ formează un „grup nostim” pentru că $3<6<9<12$, $2\cdot 6=3+9$ și $2\cdot 9=6+12$). Completează tabelul alăturat, fără să modifici numerele trecute în tabel, astfel încât numerele de pe fiecare linie și de pe fiecare coloană să formeze un „*grup nostim*”.

			75
57			
60		86	

b) Completează cu numărul potrivit celula liberă din *Linia* 1 astfel încât numerele scrise în această linie să respecte regula după care sunt completate celelalte trei linii.

Linia 1	5	8		6
Linia 2	16	20	14	12
Linia 3	34	25	18	16
Linia 4	20	28	45	31

P 2. a) Doi băieţi, Alex şi Vlad au fost rugaţi de familiile lor să strângă nucile din curte în această toamnă. Cum ei sunt pasionaţi de numere, s-au gândit ca fiecare să strângă în fiecare zi acelaşi număr de nuci ca să le poată socoti mai uşor la final. Alex a strâns în primele zi câte 183 de nuci, dar în ultima zi i-au rămas doar 172 de nuci. Vlad a strâns în primele zile câte 671 de nuci, iar în ultima zi a strâns ultimele 660 de nuci. Socotind nucile strânse, au constatat că amândoi au acelaşi număr de nuci. Dacă niciunul n-a adunat nuci mai mult de două săptămâni, câte nuci a strâns fiecare?

b) Pe trei rafturi se află mai multe cărţi. Dacă s-ar muta $\frac{1}{3}$ din numărul cărţilor de pe primul raft, pe al doilea apoi $\frac{1}{4}$ din numărul iniţial de cărţi de pe raftul al doilea, pe al treilea şi, în sfârşit, $\frac{1}{5}$ din numărul iniţial de cărţi de pe raftul al treilea, pe primul, atunci pe fiecare raft s-ar afla acelaşi număr de cărţi. Dacă pe fiecare raft se află de 20 de ori mai multe cărţi decât numărul minim care verifică enunţul, aflaţi câte cărţi se află pe fiecare raft.

P 3. a) Ana are foarte multe cochilii de scoici asemănătoare pe care le așează ca în figura alăturată (sunt sugerate primele cinci rânduri). Dacă *a* este numărul de scoici așezate în primele 4 rânduri, *b* este numărul de scoici așezate în primele 6 rânduri și *c* este numărul de scoici așezate în primele 10 rânduri calculați *a*+*b*+*c*.

O mulțime nevidă $A\subset\mathbb{N}^*$ *se numește mulțime „pătratică” dacă suma elementelor sale este egală cu pătratul numărului său de elemente* (*de exemplu mulțimea* $A=\{1,\ 2,\ 6\}$ *este o mulțime „pătratică” deoarece* $1+2+6=3^2$).

b) Demonstrați că pentru orice n număr natural nenul există o mulțime „*pătratică*” cu n elemente.

c) Arătați că două mulțimi „*pătratice*” care au același număr de elemente, au cel puțin un element comun.

P 4. Pe circumferința unui cerc se consideră 7 puncte care sunt colorate fiecare cu roșu sau cu negru. Prin transformare înțelegem schimbarea culorilor a trei puncte consecutive (din negru în roșu și din roșu în negru).

a) Să se arate că printr-o succesiune de transformări putem obține orice colorare dorim.

b) Dacă pe circumferința cercului se consideră 6 puncte există o succesiune de transformări prin care putem obține orice colorare dorim? (Justificați răspunsul)

Succes

Barem de notare: P1. a) 4 puncte; b) 3 puncte. **P2.** a) 4 puncte; b) 3 puncte. **P3.** a) 2 puncte; b) 2 puncte; c) 3 puncte. **P4.** a) 5 puncte; b) 2 puncte.