CONCURSUL INTERNAŢIONAL „ION BARBU - DAN BARBILIAN"

Ediţia a XVII - a, Călăraşi, 26 - 28 octombrie 2012

Clasa a VIII – a

Problema 1. a) Să se rezolve în mulţimea numerelor întregi ecuaţia $x^4 - y^4 = 16$.

b) Să se determine cel mai mare număr natural *n* pentru care $\dfrac{n^2 - 2012}{n+1} \in \mathbb{Z}$.

c) Găsiţi numerele reale *a* şi *b* dacă $\max\left\{a^2 - b + 1,\ b^2 + a + 1\right\} \le \dfrac{3}{4}$.

Aurelia Cațaros și Gabriela Ruse, Călăraşi

Problema 2. a) Dacă *M* este mijlocul laturii (*BC*) a triunghiului *ABC*, *P* un punct pe dreapta *AC* astfel încât $C \in (AP)$, $CP = \dfrac{1}{2}AC$, $MP \cap (AB) = \{D\}$ şi $AM \cap BP = \{Q\}$ arătaţi că $3BQ = 2PQ$.

Adriana Olaru, Călăraşi

b) Se consider 835 de puncte în plan $M_1, M_2, ..., M_{835}$ şi un pătrat de latură 1. Să se arate că există două vârfuri adiacente *A* şi *B* ale pătratului astfel încât suma perimetrelor triunghiurilor $AM_1B,\ AM_2B,\ \ldots,\ AM_{835}B$ să fie mai mare decât 2012.

Vasile Pop, Cluj

Problema 3. Dacă *ABCD* este un trapez cu bazele $AB \parallel CD$, *M* mijlocul laturii *AB*, *N* mijlocul laturii *DC*, *P* mijlocul diagonale *AC* şi *Q* mijlocul diagonalei *BD* atunci să se arate că sunt echivalente următoarele afirmaţii:

a) $MN = PQ$;

b) $AD \perp BC$;

c) $AB^2 + CD^2 - AD^2 - BC^2 = 2AB \cdot CD$.

Vasile Pop, Cluj

Problema 4. Dacă *ABCD* este un trapez cu bazele $AD \parallel BC$ şi centrul cercului înscris în triunghiul *ABC* coincide cu ortocentrul triunghiului *BCD* arătaţi că *AB*+*AC*=2*BC*.

***

Succes