Mathematik-Wettbewerb Mathmoiselle
2.06.2016
IX. Klasse/M1
NAME und VORNAME der Schüler:

Zahlenaufgaben

1. Wenn eine arithmetische Folge $(a_n)_{n\in N}$ mit $a_1+a_{2017}=2017$ ist, dann a_{1009} hat sie den Wert:

   $a)2017 \quad b)1009 \quad c)\frac{2017}{2} \quad d)\frac{1009}{2}$

2. Das Produkt der Ergebnisse der Gleichung $\left[\frac{x-1}{2}\right]=\frac{x+3}{3}$ ist:

   a) 135 b)9 c)108 d) 1620

3. Gegeben ist die Menge $M=\{\cos 1^\circ\cdot\sin 1^\circ,\cos 3^\circ\cdot\sin 3^\circ,...,\cos 179^\circ\cdot\sin 179^\circ\}$. Wenn a das kleinste und b das größte Element der Menge ist, dann sind diese :

   a) $a=b=0$ *b)* $a=-\frac{1}{2},\mathrm{b}=\frac{1}{2}$ *c)* $a=-1,b=1$ *d)* $a=-\frac{\sqrt{2}}{2},\mathrm{b}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Logik Aufgaben

1. Die Anzahl der Diagonalen eines konvexen Vielecks mit 2016 Ecken ist:

   $a)1008\cdot 2013 \quad b)1008 \quad c)2016\cdot 2015 \quad d)2016\cdot 2013$.

2. Die Kryptologie ist die Wissenschaft der geheimen Schriften. Diese setzt sich als Ziel den Schutz der Datensicherheit, der vertraulichen Informationen mit Hilfe der kryptographischen Systeme. Einer der einfachsten Systeme hat als Grundlage die Caesar-***Verschlüsselung*** (der bekannte römische Kaiser): der Klartext besteht aus den Buchstaben des lateinische Alphabets A, B, ..., Z, und der Schlüssel der Verschlüsselung ist eine ganze Zahl $k\in\{1,2,3,...,26\}$. Jedem Buchstaben des Textes entspricht die lexikographische Ordnung x, danach wird diese für die Chiffrierung mit dem Code Charakter $(x+k)\bmod 26$ ersetzt (der Rest der Division $x+k$ durch 26). Zum Beispiel wird durch das Benutzen dieses Algorithmusses, mit Schlüssel $k=9$ das Wort MATEMATICA chiffriert, so dass dem Buchstaben M $x=13$ entspricht. So wird verschlüsselt $(13+9)\bmod 26=22$ und fortgefahren und VJCNVJCRLJ erhalten. Benutzt diesen Algorithmus mit Schlüssel $k=10$ und verschlüsselt MATHMOISELLE.

   a) VLOAVYCRUJJU b) WKDRWYSCOVVO c) ZWTSZJIASDDS d) WKDRYWSCOVVO

3. Es sei das Prädikat $p(x,y):x^2-20x+100+y^2=0, x,y\in R$. Bestimme welche der folgenden Sätze wahr ist:

   a) $(\exists)x,(\exists)y,p(x,y)$ b) $(\forall)x,(\forall)y,p(x,y)$
   c) $(\forall)x,(\exists)y,p(x,y)$ d) $(\exists)x,(\forall)y,p(x,y)$

Praktische Aufgaben

1. Es sei ein Würfel mit der Seite gleich 3. Diesen teilen wir in 27 gleiche Würfelchen. Eine Ameise möchte an allen Würfelchen entlanggehen, mit Ausnahme des in der Mitte des Würfels liegenden Würfelchens, so dass sie in zwei benachbarte Würfel durch die Kanten und nicht durch die Ecken gehen kann. Die maximale Anzahl Würfelchen, an welchen sie entlanggehen kann, ist:

   $a)26 \quad b)25 \quad c)27 \quad d)23$

2. Dan schaut sich eine Schar Vögel an. Jede Minute entfernen sich aus der Schar ein paar Vögel und andere kommen dazu. Dan zählt sie immer wieder und entdeckt eine Regel. Es verschwindet die größte natürliche Zahl kleiner als 10% der Vögelanzahl und es kommen andere 5 dazu. Wenn wir wissen, dass die Schar am Anfang 20 Vögel umfasste, sagt Dan, dass die Schar 10 Minuten später

   a) 40 *b)* 42 *c)* 39 *d)* 43 Vögel umfassen wird

3. In der Stringtheorie befindet sich unser Universum auf einer unendlich langen, aber sehr schmalen Membran, welche mit einer Membran verglichen werden kann. Diese Membran befindet sich zwischen einer Vielzahl von parallelen Membranen. Einige Wissenschaftler behaupten, dass diese Membranen nach bestimmten Gesetzen schwingen, und der Zusammenstoβ zwischen der Membran, welche unser Universum enthält und der Membran eines parallelen Universums führte zum Big-Bang. Welche der folgenden Funktionen $f:[0,\infty)\rightarrow R$ kann diejenige sein, laut der die Membran unseres Universums schwingt?

   a) $f(x)=\cos x$ b) $f(x)=2x+1$ c) $f(x)=\{x\}$ d) $f(x)=[x]$

Zahlenaufgaben

1. Wenn wir $S=\frac{1}{1\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 9}+\ldots+\frac{1}{(4\cdot 2016-3)\cdot(4\cdot 2016+1)}$ berechnen, erhalten wir :

$a)\frac{2015}{2016}$ $b)\frac{1}{8061}$ $c)\frac{8064}{8061}$ $d)\frac{2016}{8065}$

2. Die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, welche die Beziehung:
$3f(x)-2f(2-x)=10x-7, (\forall)\ x\in\mathbb{R}$ überprüft, ist:

a) $f(x)=10x-7$; b) $f(x)=7-10x$; c) $f(x)=2x+1$; d) $f(x)=3x-2$

3. Das Ergebnis der Rechnung $(1+2)\cdot(1+2^2)\cdot(1+2^4)\cdot\ldots\cdot\left(1+2^{2^{10}}\right)$ ist:

a) $2^{2^{20}}+1$ *b)* $2^{2^{20}}-1$ *c)* $2^{2^{11}}+1$ *d)* $2^{2^{11}}-1$.

Logik Aufgaben

1. Emil erprobt sein neues Auto. Er legt die Strecke zwischen Bukarest und Ploiesti mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 60 km/h und eine Strecke von ca. 240 km zwischen Ploiesti und Sibiu mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 80 km/h zurück. Welche ist die Durchschnittsgeschwindigkeit mit der er die Strecke Bukarest- Sibiu gefahren ist?

$a)75\ km/h$ $b)72{,}5km/h$ $c)80km/h$ $d)73{,}75km/h$

2. Andrei studiert eine Schar von Tauben. Jede Minute verlassen 10% der Tauben die Schar und 30% der Tauben kehren wieder zurück. Wenn die Anzahl der Tauben am Ende der n Minuten p_n beträgt, dann sind die Rekursion, gleich mit:

a) $p_{n+1}=1{,}2p_n$ b) $p_{n+1}=0{,}5p_n+20$
c) $p_{n+1}=0{,}9p+2$ d) $p_{n+1}=0{,}8p_n$

3. Gegeben sind die Mengen: $M_1=\{1\}, M_2=\{2,3\}, M_3=\{4,5,6\}, M_4=\{7,8,9,10\}\ldots$ usw. Welches ist das größte Element der Mengen M_{2016} ?

$a)1008\cdot 2017$ $b)201600$ $c)1008$ $d)1008\cdot 2015$

Praktischeaufgaben

1. In einem Amphitheater sind in der zweiten Reihe 39 Plätze, in der dritten Reihe 42 Plätze usw. Wenn die Anzahl der Plätze in den Reihen eine arithmetischer Folge ist, berechne wieviel Plätze in der 17. Reihe des Amphitheaters sind.

$a)102$ $b)104$ $c)84$ $d)95$

2. Die Kryptologie ist die Wissenschaft der geheimen Schriften. Diese setzt sich als Ziel den Schutz der Datensicherheit, der vertraulichen Informationen mit Hilfe der kryptographischen Systeme. Einer der einfachsten Systeme hat als Grundlage die Caesar-***Verschlüsselung*** (der bekannte römische Kaiser): der Klartext besteht aus den Buchstaben des lateinische Alphabets A, B, ..., Z, und der Schlüssel der Verschlüsselung ist eine ganze Zahl $k \in \{1, 2, 3, ..., 26\}$. Jedem Buchstaben des Textes entspricht die lexikographische Ordnung x, danach wird diese für die Chiffrierung mit dem Code Charakter $(x+k) \bmod 26$ ersetzt (der Rest der Division $x+k$ durch 26). Zum Beispiel wird durch das Benutzen dieses Algorithmusses, mit Schlüssel $k=9$ das Wort MATEMATICA chiffriert, so dass dem Buchstaben M $x=13$ entspricht. So wird verschlüsselt $(13+9) \bmod 26 = 22$ und fortgefahren und VJCNVJCRLJ erhalten. Benutzt diesen Algorithmus mit Schlüssel $k=10$ und verschlüsselt MATHMOISELLE.

a) VLOAVYCRUJJU b) WKDRWYSCOVVO c) ZWTSZJIASDDS d) WKDRYWSCOVVO

3. Mihai nimmt an einer Ausstellung mit seinem Werk teil. Dafür nimmt er ein Rundholz und schneidet ihn in 12 Teile, deren Flächen sich in arithmetischer Progression befinden. Dann legt er alle Teile in fallender Reihenfolge übereinander. Er stellt fest, dass die Fläche des größten Teils das Doppelte der Fläche des kleinsten Teils beträgt und will wissen wie viel Grad der Winkel des kleinsten Teils beträgt.

a) 30° *b)* 20° *c)* 10° *d)* 15°.