



Concursul Interjudețean
"Matematica, de drag"
Ediția a VIII - a, Bistrița
22 - 24 noiembrie 2013



Clasa a XII-a

Subiectul I

Considerăm șirul de numere reale $(x_n)_{n \geq 1}$ definit prin $x_1 = 1$ și $x_{n+1} = \frac{x_n}{n} + \frac{n+1}{n^2}$, $\forall n \geq 1$. Să se arate că $\lim_{n \rightarrow \infty} nx_n = 1$.

Subiectul II

Calculați: $\int \frac{dx}{\sin x \sin(x+1) \sin(x+2) \sin(x+3)}$, x fiind dintr-un interval în care numitorul nu se anulează.

Subiectul III

Fie a număr natural par și nenul. Arătați că pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ numărul $f_a(n) = a^{2^n} + a^{2^{n-1}} + 1$ are cel puțin n divizori primi diferiți.

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Fiecare subiect se punctează cu 7 puncte.
- Timp efectiv de lucru: $2\frac{1}{2}$ ore.