Concursul Interjudeţean
"Matematica, de drag"
Ediţia a VIII - a, Bistriţa
22 - 24 noiembrie 2013

Clasa a XI-a

Subiectul I

Fie $a_1,\ a_2, ..., a_n > 0$, unde $n \in \mathbb{N},\ n \geq 2$. Să se arate că:

$$a_1^{n-1} + a_2^{n-1} + ... + a_n^{n-1} \geq a_2 a_3 ... a_n + a_1 a_3 ... a_n + a_1 a_2 ... a_{n-1}.$$

Rezolvaţi, în mulţimea numerelor reale, ecuaţia:

$$1^{2013x} + 2^{2013x} + ... + 2014^{2013x} = 2014^x(1 + \frac{1}{2^x} + ... + \frac{1}{2014^x}).$$

Subiectul II

Demonstraţi că :

$$\frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} \cos 20^o} + \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} \cos 40^o} + \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} \cos 80^o} > 3$$

Subiectul III Arătaţi că pentru orice p întreg toţi termenii şirului $a_1 = a_2 = 1,\ a_3 = 2,\ a_{n+3} = \frac{a_{n+1}a_{n+2}+2p+1}{a_n},\ n \geq 1$ sunt numere întregi.

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Fiecare subiect se punctează cu 7 puncte.
- Timp efectiv de lucru: $2\frac{1}{2}$ ore.