



Concursul Interjudețean
"Matematica, de drag"
Ediția a VIII - a, Bistrița
22 - 24 noiembrie 2013



Clasa a X-a

Subiectul I

Fie x cu proprietatea că numerele $x^3 + x$ și $x^5 + x$ sunt raționale. Să se arate că x este număr rațional.

Subiectul II.

Pentru orice număr natural k , să se găsească cel mai mic n natural astfel încât $2^k | 9^n - 1$.

Subiectul III

Fie a_1, a_2, \dots, a_n , $n \geq 2$, numere reale pozitive astfel încât $a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2 = n$.

i) Arătați că $a_1 a_2 \dots a_n \leq 1$;

ii) $\prod_{i=1}^n (a_i^3 + a_i + 1) \leq 3^n$, $\forall n \geq 2$.

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Fiecare subiect se punctează cu 7 puncte.
- Timp efectiv de lucru: $2\frac{1}{2}$ ore.