Concursul Interjudețean
"Matematica, de drag"
Ediția a VII - a, Bistrița
23 - 25 noiembrie 2012

Clasa a IX-a

1. Să se determine cea mai mare valoare a numărului real k pentru care

$$x^4 + x^2y^2 + y^4 \geq k(x+y)^4,$$

oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.

2. Se consideră triunghiul ABC în care notăm $AB = c$, $AC = b$, M mijlocul lui (BC). Arătaţi că dacă P este punctul din plan cu $\overrightarrow{AP} = b^2 \cdot \overrightarrow{AB} + c^2 \cdot \overrightarrow{AC}$, atunci $m(\widehat{BAP}) = m(\widehat{CAP})$.

3. Dacă $0 < a_1 \leq a_2 \leq ... \leq a_n$ şi $a_1 + a_2 + ... + a_n \geq k$, atunci

$$a_1^2 + 3a_2^2 + 5a_3^2 + ... + (2n-1)a_n^2 \geq k^2,\ n \in \mathbb{N}, n \geq 1.$$

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Fiecare subiect se punctează cu 7 puncte.
- Timp efectiv de lucru: $2\frac{1}{2}$ ore.