Concursul Interjudețean "Matematica, de drag"
Ediția a VII - a, Bistrița
23 - 25 noiembrie 2012

Clasa a VIII-a

Subiectul I. Rezolvaţi ecuaţia: $\frac{x^3+1}{9}+\frac{x^3+2}{10}+\frac{x^3+3}{11}+...+\frac{x^3+1012}{1020}=1012.$

Subiectul II. Se dă suma: $S_n=1+\frac{a_1}{1-a_1}+\frac{a_2}{(1-a_1)(1-a_2)}+...+\frac{a_n}{(1-a_1)(1-a_2)...(1-a_n)}$, unde $a_i\in\mathbb{Z}\setminus\{1\}$, $i=\overline{1,n}$. Determinaţi numerele întregi a_i, $i=\overline{1,n}$ pentru care S_n este număr natural.

Subiectul III. Fie A, B, C, D patru puncte necoplanare, punctul M este mijlocul segmentului (BC), iar punctele P, Q, R, S, R' şi S' astfel încât $P\in(AM)$, $Q\in(DM)$, $BP\cap AC=\{R\}$, $CP\cap AB=\{S\}$, $BQ\cap CD=\{R'\}$şi $QC\cap BD=\{S'\}$.
a) Dacă punctele P şi Q sunt centrele de greutate ale triunghiurilor ABC şi, respectiv, BCD, arătaţi că dreapta PQ este paralelă la planul (ABD).
b) Demonstraţi că dreptele SS' şi RR' sunt coplanare.

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Fiecare subiect se punctează cu 7 puncte.
- Timp efectiv de lucru: $2\frac{1}{2}$ ore.