

**Concursul Interjudețean  
"Matematica, de drag"  
Ediția a VI - a, Bistrița  
18 - 20 noiembrie 2011**

**Clasa a VIII-a**

1. Fie  $x, y$  numere raționale nenule. Arătați că dacă  $\frac{x\sqrt{5}+y\sqrt{3}}{y\sqrt{5}+x\sqrt{3}}$  este număr rațional, atunci  $|x| = |y|$ .

2. a) Să se determine numerele naturale  $n$ , pătrate perfecte, pentru care

$$1 + 3 \cdot 5 \cdot 17 \cdot \dots \cdot (2^{2^n} + 1) < 2^{2011}.$$

b) Rezolvați în mulțimea numerelor întregi ecuația  $x^{4^n} + y^{4^n} = 2011$ , unde  $n \in \mathbb{N}$ .

3. Fie cubul  $ABCD A'B'C'D'$  și punctele  $M$  și  $N$  proiecțiile punctului  $A$  pe bisectoarea unghiului  $ABD'$  și, respectiv, pe bisectoarea unghiului  $AB'D'$ .

i) Arătați că:

a)  $MN \perp AC$ ;

b) Dreptele  $AA'$  și  $MN$  sunt necoplanare.

ii) Câte plane egal depărtate de punctele  $M, N, A$  și  $A'$  există? Justificați.

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Fiecare subiect se punctează cu 7 puncte.
- Timp efectiv de lucru:  $2\frac{1}{2}$  ore.