

COLEGIUL NAȚIONAL "LIVIU REBREANU" BISTRIȚA
100 de ani de la înființare



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN "MATEMATICA DE DRAG"
EDIȚIA a V-a (19-21 noiembrie 2010)

CLASA a IX-a

1. Fie $a \in \mathfrak{R}^*$ cu $|a| \neq 1$. Determinați funcția $f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ care are proprietatea $f(1-x) + af(1+x) = (a+1)x^2 + 2(a-1)x + 2(a+1)$, pentru orice x , număr real.
2. Dacă $x, y, z \in (0, \infty)$ să se arate că :
$$(x+2y)^4 + (y+2z)^4 + (z+2x)^4 \geq 3(x+y+z)^4.$$
3. Fie $ABCD$ un patrulater și punctele M, N, P, Q astfel încât: $\overrightarrow{MB} = -\alpha\overrightarrow{MA}$,
 $\overrightarrow{NB} = -\alpha\overrightarrow{NC}$, $\overrightarrow{PC} = -\alpha\overrightarrow{PD}$ și $\overrightarrow{QA} = -\alpha\overrightarrow{QD}$, $\alpha \in \mathfrak{R}, \alpha > 0$. Să se arate că
$$|\overrightarrow{MP}| + |\overrightarrow{QN}| \leq \frac{1}{\alpha+1} \left(|\overrightarrow{AB}| + |\overrightarrow{BC}| + \alpha|\overrightarrow{CD}| + \alpha|\overrightarrow{AD}| \right).$$

Notă:

- Fiecare subiect rezolvat complet și corect primește 7 puncte.
- Orice rezolvare corectă va primi punctajul corespunzător.
- Timpul de lucru este de $2\frac{1}{2}$ h.