

COLEGIUL NAȚIONAL "LIVIU REBREANU" BISTRIȚA
100 de ani de la înființare



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN "MATEMATICA DE DRAG"
EDIȚIA a V-a (19-21 noiembrie 2010)

CLASA a VIII-a

1. Fie patrulaterul inscriptibil $ABCD$. Dacă $AC \cap BD = \{O\}$, $E \in (OC)$ și $F \in (BD)$, să se demonstreze că $EF \parallel AB$ dacă și numai dacă $\angle ADE \equiv \angle BCF$.
2. Demonstrați că pentru orice n număr natural are loc inegalitatea
$$\sqrt{n + \sqrt{n + \dots + \sqrt{n + \sqrt{n}}}} < \frac{1 + \sqrt{1 + 4n}}{2}.$$
3. Fie a și n două numere naturale nenule. Arătați că numărul
$$x_n(a) = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{12n-1}$$
 se divide prin $(a+1)(a^2+1)(a^8+a^4+1)$.

Notă:

- Fiecare subiect rezolvat complet și corect primește 7 puncte.
- Orice rezolvare corectă va primi punctajul corespunzător.
- Timpul de lucru este de $2\frac{1}{2}$ h.