

COLEGIUL NAȚIONAL "LIVIU REBREANU" BISTRIȚA
100 de ani de la înființare



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN "MATEMATICA DE DRAG"
EDIȚIA a V-a (19-21 noiembrie 2010)

CLASA a XII-a

1. Fie A o matrice de ordinul 2 cu elemente reale și λ_1, λ_2 rădăcinile polinomului $P = \det(A - \lambda I_2)$. Să se arate că :

$$(A - \lambda_1 I_2)^{2n} + (A - \lambda_2 I_2)^{2n} = (\lambda_1 - \lambda_2)^{2n} I_2, n \in \mathbb{N}^*, n \geq 1.$$

2. Aflați primitivele funcției $f(x) = \frac{(1 + e^x)^4}{1 + e^{4x}}, x \in \mathfrak{R}$.

3. Să se arate că $\frac{\sqrt[n+2]{(n+2)!} \cdot \sqrt[n]{n!}}{\sqrt[n+1]{(n+1)!}} < \sqrt[(n+1)(n+2)]{\frac{e}{3}}, n = 2, 3, \dots$

Notă:

- Fiecare subiect rezolvat complet și corect primește 7 puncte.
- Orice rezolvare corectă va primi punctajul corespunzător.
- Timpul de lucru este de $2\frac{1}{2}$ h.