COLEGIUL NAȚIONAL "LIVIU REBREANU" BISTRIȚA
100 de ani de la înființare

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN "MATEMATICA DE DRAG"
EDIȚIA a V-a (19-21 noiembrie 2010)

CLASA a XI-a

1. Fie a , b , c numere complexe. Considerăm $S_n = a^n + b^n + c^n$ și

$$A_n = \begin{pmatrix} S_{n+2} & S_{n+1} & S_n \\ S_{n+3} & S_{n+2} & S_{n+1} \\ S_{n+4} & S_{n+3} & S_{n+2} \end{pmatrix}$$, unde $n \in \mathrm{N}^*$. Să se arate că:

$\det(A_n) = -(abc)^n (b-a)^2 (c-a)^2 (c-b)^2$.

2. Demonstrați că în orice triunghi ascuțitunghic are loc inegalitatea:
$(a+b)\sqrt{\sin 2C} + (b+c)\sqrt{\sin 2A} + (c+a)\sqrt{\sin 2B} \le 6\sqrt{2S}$.

3. Fie $a \in \Re$, $a > 1$ dat. Considerăm șirul $x_0 \in \Re$, $x_{n+1} = x_n + a^{-x_n}$, $n \in \mathrm{N}$.

Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{x_n}{\ln x_n}$.

Notă:

- Fiecare subiect rezolvat complet și corect primește 7 puncte.
- Orice rezolvare corectă va primi punctajul corespunzător.
- Timpul de lucru este de $2\frac{1}{2}$ h.