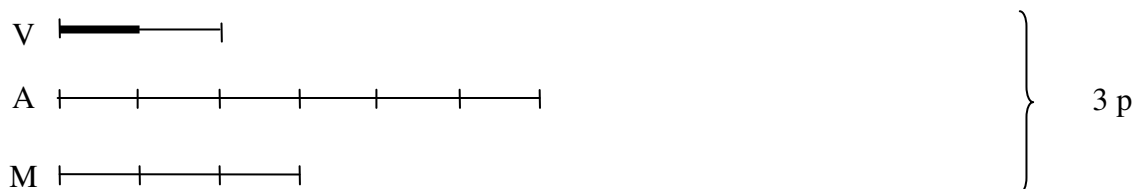


CLASA a V-a

SOLUȚII ȘI BAREME

1. La un campionat de fotbal, Andrei, Mihai și Vasile au marcat împreună 22 de goluri. Andrei a marcat de trei ori mai multe goluri decât Vasile, iar Mihai jumătate din numărul golurilor marcate de Andrei. Câte goluri a marcat fiecare?



Dacă luăm o jumătate din segmentul care reprezintă numărul golurilor marcate de Vasile, 1p
 observăm că la Andrei sunt 6 astfel de "bucăți" iar la Mihai 3, în total 11 "bucăți" . . . 1p
 Deci "bucata" respectivă reprezintă $22:11 = 2$ (goluri). 1p
 Prin urmare Vasile a marcat 4 goluri, Andrei 12 și Mihai 6. 1p

1. Să se determine numerele naturale \overline{abc} , scrise în baza 10, astfel încât

$$\overline{abc} = \overline{cba} + \overline{ab} + \overline{ba} + \overline{ca} + \overline{ac} + \overline{bc} + \overline{cb}.$$

Relația dată conduce la $100a + 10b + c = 23a + 32b + 122c$

Adică $77a = 22b + 121c \Leftrightarrow 7a = 2b + 11c$

Pentru că $7a \leq 7 \cdot 9 = 63 \Rightarrow c \leq 5$

$c = 1$, duce la $7a = 2b + 11 = 2b + 4 + 7 = 2(b + 2) + 7$ de unde rezultă $(b + 2):7$,
 adică $b = 5$, $7a = 21$ și $a = 3$; avem 351 1p

$c = 2$, duce la $7a = 2b + 22 = 2b + 8 + 14 = 2(b + 4) + 14$, apoi $(b + 4):7$
 prin urmare $b = 3$ și $a = 4$; avem 432 1p

$c = 3$, duce la $7a = 2b + 33 = 2b + 5 + 28$, $(2b + 5):7$, $b = 1$ și $a = 5$
 $= 2b + 35 - 2 = 2(b - 1) + 35$, $(b - 1):7$, $b = 8$ și $a = 7$
 Se obțin numerele 513 și 783 1p

$c = 4$, $7a = 2b + 44 = 2(b + 1) + 42$, $b = 6$ și $a = 8$; avem 864 1p

$c = 5$, $7a = 2b + 55 = 2b + 6 + 49 = 2(b + 3) + 49$, cu $b = 4$ și $a = 9$; 945 soluție 1p

3. Există 5 numere naturale a, b, c, d și e cu proprietatea că suma a oricăror patru dintre ele dă restul 1 prin împărțirea la 4?

Presupunem că există astfel de numere, prin urmare am avea:

$$\left. \begin{aligned} a+b+c+d &= M_4 + 1 \\ a+b+c+e &= M_4 + 1 \\ a+b+d+e &= M_4 + 1 \\ a+c+d+e &= M_4 + 1 \\ b+c+d+e &= M_4 + 1 \end{aligned} \right\} 5p$$

Dacă adunăm membru cu membru obținem $4(a + b + c + d + e) = M_4 + 5 = M_4 + 1$ 1p

Ceea ce este imposibil, prin urmare nu există astfel de numere. 1p