

COLEGIUL NAȚIONAL "LIVIU REBREANU"

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN "MATEMATICA DE DRAG"

Ediția a IV-a (27- 29 noiembrie 2009) - BISTRIȚA

CLASA a VIII-a

1. Fie N un număr natural astfel încât $9N$ se scrie ca o sumă de două pătrate perfecte. Arătați că $10N$ are aceeași proprietate.

2. Fie $k \in [-2, 2]$. Să se arate că dacă $a > 0$ și $b > 0$, atunci

$$\frac{\min(a, b)}{a} \leq \frac{a^2 - kab + (k + 1)b^2}{a^2 + b^2} \leq \frac{\max(a, b)}{a}.$$

3. Fie ABC un triunghi isoscel cu $m(\angle BAC) = 120^\circ$ iar M și N două puncte pe latura BC astfel încât $MN^2 = BM^2 - BM \cdot NC + NC^2$. Să se arate că $m(\angle MAN) = 60^\circ$.

Notă : 1. Timp de lucru $2\frac{1}{2}$ ore.

2. Fiecare subiect rezolvat corect și complet primește 7 puncte.

3. Toate subiectele sunt obligatorii.