				
MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ „GH. POPESCU” MĂRGINENI-OLT**	**INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr.2 CARACAL**

Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a VII –a,
înscris in Calendarul Concursurilor Regionale –ISJ Olt, nr 11414/15.12.2015, pozitia 39
28 MAI 2016
Clasa a III-a

Subiectul 1 (10 puncte**)**

Aflaţi numărul a din relaţia: $2011-(7\times 9-a\times 3-15:5\times 13)=1996$.

Prof. înv. primar: Mihaela CRISTUDOR, Caracal

Subiectul 2 (20 puncte**)**

Câte numere naturale de două cifre sunt, dacă suma dintre cifra unităților și triplul cifrei zecilor este 12? Scrieți numerele găsite.

Prof. înv. primar:Claudia STANCIU, Comăneşti, Bacău

Subiectul 3 (30 puncte**)**

Suma a trei numere este 74. Dacă se scade din primul număr 17, din al doilea 25 și din al treilea 20, se obțin trei numere egale. Care sunt aceste trei numere?

Prof. înv. primar: Violeta STĂNĂȘEL, Deveselu

Subiectul 4 (30 puncte)

Fiul este cu 30 de ani mai tânăr decât tatăl. Peste 8 ani tatăl va avea de 4 ori vârsta fiului. Aflaţi vârsta fiului şi vârsta tatălui

Prof. înv. primar:Nadia GROZĂVESCU, Caracal

Notă: 10 puncte din oficiu
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 2 ore

				
MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ „GH. POPESCU” MĂRGINENI-OLT**	**INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr.2 CARACAL**

Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a VII –a,
înscris in Calendarul Concursurilor Regionale –ISJ Olt, nr 11414/15.12.2015, pozitia 39
28 MAI 2016

Clasa a IV-a

Subiectul 1 (10 puncte)

Calculează triplul numărului de trei cifre $\overline{abc}$, ştiind că:
$a \times 4 = 84 : 7, \quad b \times 2 = 60 : 10 \times 3, \quad c = (a + b) : 2.$

Prof. înv. primar:Nadia GROZĂVESCU, Caracal

Subiectul 2 (20 puncte)

Dacă diferența a două numere naturale este cât treimea triplului jumătății celui mai mare număr natural de două cifre pare distincte, iar descăzutul este cât îndoitul diferenței mărit cu o treime din dublul triplului celui mai mic număr natural de două cifre impare distincte, atunci care este scăzătorul?

Prof. înv. primar:Angela BANDEA, Comăneşti, Bacău

Subiectul 3 (30 puncte)

Într-o tabără la mare, 92 de copii s-au plimbat cu bărcile. În unele bărci au urcat câte 3 copii, iar în altele câte 5 copii. Dacă au fost 22 de bărci în total, aflaţi câte au fost din fiecare categorie.

Prof. înv. primar:Mihaela CRISTUDOR, Caracal

Subiectul 4 (30 puncte)

Un elev are de rezolvat 120 de probleme. În prima zi rezolvă o pătrime din numărul total al problemelor, a doua zi rezolvă trei cincimi din rest, a treia zi rezolvă $\frac{2}{9}$ din numărul problemelor rezolvate în a doua zi, iar restul în a patra zi. Câte probleme a rezolvat în a patra zi?

Prof. înv.primar Mariana-Aura BENESCU, Caracal, Olt

Notă: 10 puncte din oficiu
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 2 ore

				
MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE	UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI	ȘCOALA GIMNAZIALĂ „GH. POPESCU” MĂRGINENI-OLT	INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT	ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr.2 CARACAL

Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a VII –a,
înscris in Calendarul Concursurilor Regionale –ISJ Olt, nr 11414/15.12.2015, pozitia 39
28 MAI 2016

Clasa a V-a

Subiectul 1 (10 puncte)

Determinați numerele naturale m, n și p astfel încât $8\cdot\left(4^m+\overline{mnm}\right)+2^p=5921$.

Prof. Delia Ileana NAIDIN BASCH, inspector şcolar, I.S.J. Olt

Subiectul 2 (20 puncte**)**

a) Aflați câte numere naturale de 5 cifre care încep și se termină cu cifra 7.

b) Aflați numărul natural n astfel încât între n și $2n$ să fie 7 numere naturale pare.

Prof. Emilia COPACIU, Cluj-Napoca
Prof. Sorin GALEA, Cluj-Napoca

Subiectul 3 (30 puncte)

a) Arătați că nu există numere naturale a și b astfel încât $2a^2+5b^2=2016^{2015}$.

b) Aflați numerele $\overline{ab}$ știind că $a^3+a^2=9b$.

Prof. Iuliana TRAȘCĂ, Scornicești, Olt

Subiectul 4 (30 puncte**)**

a) Dacă $2^a=3$, $3^b=4$, $4^c=5$, $5^d=6$, $6^e=7$ şi $7^f=8$, atunci care este valoarea produsului $abcdef$?

b) Câte cifre are numărul $a=2^{320}\cdot5^{240}$?

Prof. Neculai STANCIU, Buzău

Notă: 10 puncte din oficiu
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE	UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI	ȘCOALA GIMNAZIALĂ „GH. POPESCU” MĂRGINENI-OLT	INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT	ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr.2 CARACAL

Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a VII –a,
înscris in Calendarul Concursurilor Regionale –ISJ Olt, nr 11414/15.12.2015, pozitia 39
28 MAI 2016
Clasa a VI-a

Subiectul 1 (10 puncte**)**

Dacă împărțim numerele 1374 și 1009 la același număr natural n obținem resturile 9, respectiv 8. Aflați toate valorile posibile ale numărului n.

Prof. Mariana RĂDULESCU, Mioveni

Subiectul 2 (20 puncte**)**

Fie $ABCD$ un patrulater convex în care ducem bisectoarele BM și DN ale unghiurilor din vârfurile, respectiv, B și D ale patrulaterului

a) Arătați că unghiurile din vârfurile A și C ale patrulaterului sunt congruente dacă bisectoarele BM și DN sunt paralele.

b) În condițiile de mai sus, dacă măsurile unghiurilor A, B și D sunt direct proporționale, respectiv, cu 3, 5 și 7, atunci aflați măsurile unghiurilor patrulaterului $ABCD$.

Prof. Florin Adrian RIȘCĂ, inspector şcolar, I.S.J. Olt

Subiectul 3 (30 puncte**)**

Determinaţi toate perechile de numere triunghiulare (numerele triunghiulare sunt numerele de forma $T_n = 1+2+3+\cdots+n$, unde $n \in \mathbf{N}^*$), care îndeplinesc simultan condiţiile: diferenţa lor este 2011 şi suma lor este 2011^2.

Prof. Neculai STANCIU, Buzău

Subiectul 4 (30 puncte)

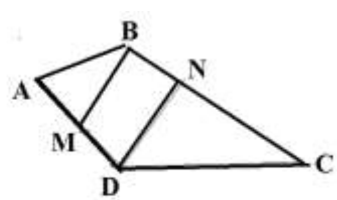
Pe un segment de dreaptă $[AB]$ luăm punctul C astfel încât $|AC|<|BC|$. Notăm cu M mijlocul segmentului $[AB]$, cu N mijlocul segmentului $[AC]$ și cu P mijlocul segmentului $[CB]$. Să se demonstreze că:

a) $|MN|=|PB|$; b) $\dfrac{|MN|}{|AC|}+\dfrac{|MN|}{|BC|}>1$; c) $|MN|\cdot|AB|>|BC|\cdot|AC|$.

Prof. Mariana RĂDULESCU, Mioveni, Argeș

Notă: 10 puncte din oficiu
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

Figura 1.



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE	UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI	ȘCOALA GIMNAZIALĂ „GH. POPESCU” MĂRGINENI-OLT	INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT	ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr.2 CARACAL

Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a VII –a,
înscris in Calendarul Concursurilor Regionale –ISJ Olt, nr 11414/15.12.2015, pozitia 39
28 MAI 2016

Clasa a VII-a

Subiectul 1 (10 puncte**)**

Să se demonstreze că dacă $a+b+c=0$ atunci $\frac{1}{2}\left(a^2+b^2+c^2\right)+ab-bc-ac=2c^2$.

Prof. Daniela BADEA, Ploiești

Subiectul 2 (20 puncte**)**

Să se determine numerele $a,b\in\mathbf{N}$ știind că

$$\left(1+2^2+2^3+\cdots+2^{2015}\right):\left(2^{\frac{a^{b+1}b^a\left(a^b+ab\right)}{2}}+1\right)+2016^0=2^{\frac{a^{b+1}b^a\left(a^b+ab\right)}{2}}.$$

Prof. Iuliana TRAȘCĂ, Scornicești, Olt

Subiectul 3

a) Doi biciclişti, mergând cu viteze constante, parcurg distanţa de la localitatea A la localitatea B şi înapoi. Ei pornesc simultan unul din A, celălalt din B, trec unul pe lângă altul la $700\ m$ de localitatea A, continuă până la cealaltă localitate, se întorc (fără oprire) şi se întîlnesc a doua oară la $400\ m$ faţă de localitatea B. Calculaţi distanţa dintre localitățile A și B.

b) Comparaţi numerele $a=\sqrt{n}+2\sqrt{n+2}+2\sqrt{n+4}+\sqrt{n+6}$ şi $b=2\left(\sqrt{n+5}+\sqrt{n+3}+\sqrt{n+1}\right)$, unde $n\in\mathbb{N}$.

c) Fie $a_1,a_2,a_3,\ldots,a_{20}$ numere raţionale pozitive invers proporţionale cu numerele $2,6,12,20,30,\ldots,380,420$. Ştiind că suma acestor numere este, 100 aflaţi câte dintre ele sunt supraunitare.

Prof. Daniela BADEA, Ploiești

Subiectul 4 (30 puncte**)**

Fie triunghiul ascuțitunghic ABC având medianele $[AM]$, $[BN]$ și $[CP]$. Construim $NQ\,||\,CP$, $Q\in(AB)$. Dacă $AM\cap NQ=\{T\}$ astfel încât aria triunghiului ΔATQ este S, calculați, în functie de S, aria triunghiului ΔCMG, unde G este centrul de greutate al triunghiului ΔABC.

Prof. Nicolae TOMESCU, Corabia

Notă: 10 puncte din oficiu
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

				
MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ „GH. POPESCU” MĂRGINENI-OLT**	**INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr.2 CARACAL**

Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a VII –a,
înscris in Calendarul Concursurilor Regionale –ISJ Olt, nr 11414/15.12.2015, pozitia 39
28 MAI 2016
Clasa a VIII-a

SUBIECTUL I-Pe foaia de examen scrieți numai rezultatele (30 puncte)

5p **1.** Teodor are la geografie notele $7,8,7,6$. Media acestuia va fi ……..

5p **2.** Cel mai mare număr dintre $3\sqrt{2}$ şi $2\sqrt{5}$ este ……..

5p **3.** Probabilitatea de a extrage o bilă roşie dintr-o urnă care conţine 20 bile albe şi 5 bile roşii este ……..

5p **4.** Complementul unghiului de $35^\circ 15' 16''$ este ……..

5p **5.** Un cub cu latura de $4m$ şi o prismă patrulateră regulată cu înălțimea de $2m$ au același volum. Aria bazei prismei are …….. m^2.

5p **6.** În tabelul de mai jos este prezentată situația statistică a notelor la teza de matematică a elevilor unei clase. Numărul elevilor care au obținut cel puţin nota 5 este ……...

Nota	3	4	5	6	7	8	9	10
Nr. elevi	3	2	4	2	8	2	1	1

Prof. Crina BERCOVICI, Beiuș

SUBIECTUL al II-lea-Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete (30 puncte)

5p **1.** Desenați o piramida patrulateră regulată de vârf S și baza $ABCD$, trasând și una din apotemele piramidei.

5p **2.** Stabiliți dacă numărul $a=\left|\sqrt{2}-\frac{3}{2}\right|+\left|1-\sqrt{2}\right|-0,5$ este natural.

5p **3**. Preţul unui telefon mobil a fost majorat cu 3%. Luna următoare, acelaşi telefon mobil a avut preţul micşorat cu 5%. După aceste două modificări, telefonul costă $117,42\ lei$ lei. Aflaţi preţul iniţial al telefonului.

4. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{2}x+2$.

5p **a)** Reprezentați graficul funcției în sistemul xOy.

5p **b)** Aflaţi punctele de pe grafic care au abscisa egală cu ordonata.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=\frac{x^2+9x+20}{x^2-16}:\frac{x^2-25}{x^2-x-20}$, unde $x\in\mathbb{R}\setminus\{-5,-4,4,5\}$. Arătaţi că $E(x)=\frac{x+4}{x-4}$

Prof. Crina BERCOVICI, Beiuș

SUBIECTUL al III-lea-Pe foaia de examen scrieți rezolvările complete (30 puncte)

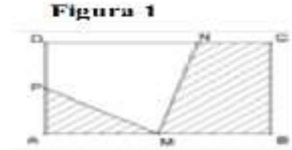
Figura 1 reprezintă schiţa unei grădini în formă de dreptunghi $ABCD$ cu lungimea $|AB|=8m$ şi lăţimea $|BC|=6m$. Punctul M este mijlocul segmentului $[AB]$, punctul P este mijlocul segmentului $[AD]$, iar punctul N este situat pe segmentul $[DC]$, astfel încât $|NC| = 3m$. Zona haşurată reprezintă partea din grădină acoperită cu gazon, iar zona nehaşurată reprezintă partea din grădină unde sunt plantate flori.

5p **a)** Calculaţi perimetrul dreptunghiului $ABCD$.

5p **b)** Arătaţi că aria suprafeţei acoperită cu gazon este egală cu $27m^2$.

5p **c)** Verificaţi dacă aria suprafeţei pe care sunt plantate flori este egală cu aria trapezului $MBCN$.

Figura 1



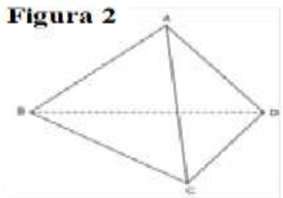
2. În Figura 2 este reprezentată schematic o piatră semipreţioasă în formă de piramidă triunghiulară regulată $ABCD$, , cu baza triunghiul BCD. Se știe că $m(\sphericalangle CAD) = 90^\circ$, iar $|CD| = 4\ cm$.

5p **a)** Calculaţi perimetrul triunghiului BCD

5p **b)** Arătaţi că aria suprafeţei laterale a piramidei este egală cu $12cm^2$.

5p **c)** Introducem piatra semipreţioasă într-un vas plin cu apă. Arătaţi că, la scufundarea completă a pietrei, din vas se varsă mai puţin de 4 mililitri de apă. Se consideră cunoscut faptul că $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$.

Figura 2



Subiect de rezervă, Evaluarea Națională, 2013

SUBIECTUL al IV-lea- PERFORMANȚĂ

(20 puncte)

10p **1.** Într-un paralelipiped cu dimensiunile a,b,c se verifică relaţia $\frac{8+ab}{1+c}+\frac{8+ac}{1+b}+\frac{8+cb}{1+a}=12$. Ştiind că volumul paralelipipedului este $V=8$, calculaţi lungimea diagonalei paralelipipedului.

Prof. Mihaela BERINDEANU, Bucuresti

10p **2.** Fie $VABC$ o piramidă triunghiulară regulată, de bază ABC cu $AB = 12\ cm$. Fie $T \in [AB]$ astfel încât $3AT = AB$. Dacă M este mijlocul lui $[BC]$ și sinusul unghiului dintre VT și planul (VAM) este $\frac{1}{5}$ determinați:

a) înălțimea piramidei;

b) tangenta unghiului dintre planul (VTM) și planul (ABC).

Prof. Nicolae BIVOL, Corabia

Notă: 10 puncte din oficiu

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru 3 ore

				
MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ „GH. POPESCU" MĂRGINENI-OLT**	**INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr.2 CARACAL**

Concursul Regional de Matematică "Magia Numerelor" ediția a VII –a,
înscris in Calendarul Concursurilor Regionale –ISJ Olt, nr 11414/15.12.2015, pozitia 39
28 MAI 2016
Clasa a IX -a M1

Subiectul 1 (10 puncte**)**

Să se demonstreze că $x^2+y^2+z^2+\sqrt{3}>x\sqrt{y^2+1}+y\sqrt{z^2+1}+z\sqrt{x^2+1},\ \ \forall x,y,z\in\mathbb{R}_+$

Prof. George MIHAI, Slatina

Subiectul 2 (20puncte)

a) Să se arate că $\sqrt{\dfrac{x^2+y^2}{2}}\geq\dfrac{x+y}{2},\ \ \forall x,y\in\mathbb{R};$

b) Utilizând a) aflați $x,y\in\mathbb{R}$ dacă $\sqrt{\dfrac{x^2+6xy+9y^2+81}{2}}+\sqrt{\dfrac{x^2-4xy+4y^2+16}{2}}=\dfrac{2x+y+13}{2}.$

Prof. Adrian STAN, Buzău

Subiectul 3. (30 puncte)

Rezolvaţi în $\mathbb{R}$, ecuaţia: $[x]=1-\dfrac{1}{\left[\dfrac{1}{1-x}\right]}$, unde prin $[x]$ am notat partea întreagă a numărului real x.

Prof. Neculai STANCIU, Buzău

Subiectul 4 (30puncte)

a) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(\cos x;\ \sin x)$, $B\left(\cos\dfrac{\pi}{7};\ \sin\dfrac{\pi}{7}\right)$. Să se determine $x\in(0;\ \pi)$, ştiind că lungimea segmentului $[AB]$ este egală cu $\sqrt{2}$.

b) Să se arate că în orice triunghi ABC are loc relația $2aR\sin(B-C)=b^2-c^2$, unde $[BC]=a, [CA]=b, [AB]=c$, iar R este raza cercului circumscris triunghiului ABC.

c) Se consideră un punct S în interiorul triunghiului ABC și M,N,P, proiecțiile lui S pe laturile $[BC], [CA], [AB]$. Să se arate că $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BN}\cdot\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{AB}=0.$

Prof. Adrian STAN, Buzău

Notă: 10 puncte din oficiu
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

				
MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ „GH. POPESCU" MĂRGINENI-OLT**	**INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr.2 CARACAL**

Concursul Regional de Matematică "Magia Numerelor" ediția a VII –a,
înscris in Calendarul Concursurilor Regionale –ISJ Olt, nr 11414/15.12.2015, pozitia 39
28 MAI 2016
Clasa a IX -a M2

Subiectul 1 (10 puncte)

Să se arate că numărul $x=\dfrac{3^{2016}+9^{2016}+27^{2016}-3}{3^{2016}-1}\in\mathbb{N}$.

Prof. Adrian STAN, Buzău

Subiectul 2 (20 puncte)

Fie triunghiul ABC dreptunghic în A, de catete b si c, cu $b>c$. Dacă $M,N,P\in(BC)$, cu (AM) înălțimea, (AN) bisectoarea, respectiv (AP) mediana din vârful A, demonstrați că:

a) $a^2\geq 2bc$;

b) $\overrightarrow{BM}=\dfrac{c^2}{a^2}\cdot\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{BP}=\dfrac{c}{b+c}\cdot\overrightarrow{BC}$;

c) $\overrightarrow{PN}=\dfrac{a^2}{2bc}\cdot\overrightarrow{MP}$.

Prof. Daniela Nadia TACLIT, Slatina

Subiectul 3 (30 puncte)

Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=\begin{cases}(m+2)x^2-(m-1)x+m-1, & x\leq 1\\ 2x-4, & x>1\end{cases}$;

a) Să se rezolve ecuația $(f\circ f\circ f)(x)=0,$ pentru orice $x>1$;

b) Să se determine $m\in\mathbb{R}$ astfel încât $f(x)\leq 0,\ \forall x\leq 1$;

c) Pentru $m=-1$ să se calculeze suma $S=\dfrac{x_1^{\ 2}+1}{x_2^{\ 2}+1}+\dfrac{x_2^{\ 2}+1}{x_1^{\ 2}+1}$, unde x_1,x_2 sunt rădăcinile ecuației $f(x)=0$, pentru orice $x\leq 1$.

Prof. Adrian STAN, Buzău

Subiectul 4 (30 puncte)

a) Să se determine $x\in(0;\pi)$ știind că $\left(\sin\dfrac{\pi}{8}-\cos x\right)^2+\left(\cos\dfrac{\pi}{8}-\sin x\right)^2=2$;

b) Să se arate că în orice triunghi ABC, există relația $(b^2+c^2-a^2)\cdot tgA=(a^2+c^2-b^2)\cdot tgB$, unde $[BC]=a,\ [CA]=b,\ [AB]=c$, iar R este raza cercului circumscris triunghiului ABC.

c) Dacă M,N,P sunt mijloacele laturilor $[BC],[CA],[AB]$ și O este un punct interior triunghiului ABC, atunci, să se arate că $\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{ON}\cdot\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AB}=0$.

Prof. Adrian STAN, Buzău

Notă: 10 puncte din oficiu
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

				
MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE	UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI	ȘCOALA GIMNAZIALĂ „GH. POPESCU” MĂRGINENI-OLT	INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT	ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr.2 CARACAL

Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a VII –a,
înscris in Calendarul Concursurilor Regionale –ISJ Olt, nr 11414/15.12.2015, pozitia 39
28 MAI 2016

Clasa a X -a M1

Subiectul 1 (10 puncte)

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ f(x)=ax^2+bx+c,\ a,\ b,\ c\in\mathbb{Z},\ a\neq 0.$

a) Arătaţi că $\dfrac{f(n)-f(m)}{n-m}\in\mathbb{Z},\ \forall n,\ m\in\mathbb{Z},\ n\neq m.$

b) Dacă $f\left(2015\right)$ și $f\left(2016\right)$ sunt impare, atunci ecuaţia $f\left(x\right)=0$ nu poate avea rădăcini întregi.

Prof. Mihai DUMITRESCU, Potcoava, Olt

Subiectul 2 (20 puncte)

a) Se pot numerota muchiile unui cub de la 1 la 12 astfel încât suma numerelor corespunzătoare celor trei muchii care pleacă din acelaşi vârf să fie constantă ?

b) Pe un raft sunt asezate la întâmplare 10 cărți dintre care 3 reprezintă cele trei volume ale aceluiaşi roman. Să se calculeze probabilitatea evenimentelor:

$A=$ cele trei volume ale romanului să fie asezate unul lângă altul în ordinea naturală
$B=$ cele trei volume să fie asezate unul lânga altul în orice ordine
$C=$ cele trei volume ale romanului să fie așezate unul lângă altul în ordine naturală la începutul raftului

Prof. Corina NEGRUȚIU, Oradea, Bihor

Subiectul 3 (30 puncte)

Să se determine partea întreagă a rădăcinilor ecuației: $4^x\cdot\ln^2 4+9^x\cdot\ln^2 9=36^x\ln^2 36.$

Prof. Ionel TUDOR, Călugăreni, Giurgiu

Subiectul 4 (30 puncte**)**

a) Dacă $\operatorname{Re}\left(z\right)>1$, arătați că $\left|\dfrac{1}{z}-\dfrac{1}{2}\right|<\dfrac{1}{2}$;

b) Aflați cardinalul mulțimii $A=\left\{z=x+iy\,\middle|\,x,y\in\mathbb{Z},\ (z-1)(z+i)\in\mathbb{R}\right\}$.

Prof. Simona CAP, Beiuș
Prof. Gheorghe CAP, Beiuș

Notă: 10 puncte din oficiu
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

				
MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ „GH. POPESCU" MĂRGINENI-OLT**	**INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr.2 CARACAL**

Concursul Regional de Matematică "Magia Numerelor" ediția a VII –a,
înscris in Calendarul Concursurilor Regionale –ISJ Olt, nr 11414/15.12.2015, pozitia 39
28 MAI 2016

Clasa a X -a M2

Subiectul 1 (10 puncte)

Aflaţi cea mai mică valoare naturală a lui x din inecuaţia: $\left(\frac{1}{2}\right)^{\left[x^2\right]} < \left(\frac{2016}{63}\right)^{-4}$.

Prof. Crina BERCOVICI, Beiuş, Bihor

Subiectul 2 (20 puncte)

a) Demonstraţi că $\left(a^n-1\right) \vdots \left(a-1\right),\ \forall n \in \mathbb{N},\ \forall a \in \mathbb{R}_+$;

b) Demonstraţi că $\left(33^n-1\right)\cdot\left(64^n-1\right) \vdots 2016,\ \forall n \in \mathbb{N}$.

Prof. Gabriela NAN, inspector şcolar, I.S.J. Bihor

Subiectul 3 (30 puncte)

Să se rezolve inecuaţiile:

a) $3^{x^2-4x} > \frac{1}{27}$;

b) $\log_{\frac{1}{3}}(2x-1) > \log_3 27$.

Prof. Violeta ZOȚ, Beiuş, Bihor

Subiectul 4 (30 puncte)

Trei fete şi trei băieţi se aşează pe un rând la întâmplare pe 6 scaune. Care este probabilitatea evenimentelor:

a) evenimentul ca fetele să stea una după alta;

b) evenimentul ca băieții si fetele să stea în poziții alternante.

Prof. Corina NEGRUȚIU, Oradea, Bihor

Notă: 10 puncte din oficiu
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

				
MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE	UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI	ȘCOALA GIMNAZIALĂ „GH. POPESCU” MĂRGINENI-OLT	INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT	ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr.2 CARACAL

Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a VII –a,
înscris in Calendarul Concursurilor Regionale –ISJ Olt, nr 11414/15.12.2015, pozitia 39
28 MAI 2016
Clasa a XI -a M1

Subiectul 1 (10 puncte)

Fie matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ -a & 1 & c \\ -b & -c & 1 \end{pmatrix}\in M_3(\mathbb{R})$.

a) Calculați $A\cdot {}^tA$.

b) Arătați că $\begin{vmatrix} 1+a^2+b^2 & bc & -ac \\ bc & 1+a^2+c^2 & ab \\ -ac & ab & 1+b^2+c^2 \end{vmatrix}=(1+a^2+b^2+c^2)^2$;

Prof. Marian VOINEA, București

Subiectul 2 (20 puncte)

Fie A o matrice pătratică de ordinul doi cu proprietățile $\det\left(A+3I_2\right)=4$ și $\det\left(A-2I_2\right)=9$. Să se calculeze $\left(A+I_2\right)^{2016}$.

Prof. Valentin SMARANDACHE, Călimănești
Prof. Cristina SMARANDACHE, Rm. Vâlcea

Subiectul 3 (30 puncte)

Fie $n\geq 2$ și numerele reale $a_1,a_2,...,a_n$ astfel încât $x^{a_1x}+x^{a_2x}+\ldots+x^{a_nx}\geq n\cdot x^x$, $\forall x>0$ Arătați că $a_1+a_2+...+a_n=n$.

Prof. Lucian TUTESCU, Craiova
Prof. Dumitru SĂVULESCU, București

Subiectul 4 (30 puncte)

Fie $A,B\in M_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea $A\cdot B=B\cdot A$. Să se determine matricele A si B astfel încât $\det(A)=\det(B)$ și $Tr\,A=Tr\,B$, cu notaţiile cunoscute.

Prof. Eduard BUZDUGAN, Slatina

Notă: 10 puncte din oficiu
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

				
MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE	UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI	ȘCOALA GIMNAZIALĂ „GH. POPESCU” MĂRGINENI-OLT	INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT	ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr.2 CARACAL

Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediţia a VII –a,
înscris in Calendarul Concursurilor Regionale –ISJ Olt, nr 11414/15.12.2015, pozitia 39
28 MAI 2016
Clasa a XI -a M2

Subiectul 1 (10 puncte)

În sistemul de coordonate xOy se consideră punctele $A_n(0,n)$ și $B_n(n,n)$, $n=\overline{0,4}$ care aparțin unei mulțimi de puncte A.

a) Găsiți perimetrul, aria și ecuația laturii A_0A_3 ale triunghiului $A_0B_2A_3$;

b) Care este numărul dreptelor care trec prin cel puțin două puncte în mulțimea A?

c) Găsiți numărul triunghiurilor care au toate vârfurile în mulțimea A.

Prof. Valentin SMARANDACHE, Călimănești
Prof. Cristina SMARANDACHE, Rm. Vâlcea

Subiectul 2 (20 puncte)

Arătaţi că nu există $X, Y \in M_3(R)$ cu Y inversabilă astfel încât $\alpha \cdot Y^2 = XY - YX$, unde $\alpha \in R^*$.

Prof. Aurel CHIRIȚĂ, Slatina

Subiectul 3 (30 puncte)

Se consideră funcţiile $f_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_n(x)=x^2(1+x)^n$; $n\in\mathbb{N}^*$.

a) Aflaţi $n\in\mathbb{N}^*$ astfel încât $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f_n(x)-f(1)}{x-1}=12$;

b) Calculaţi $\sum\limits_k f_2(x_k)$ unde x_k sunt punctele de extrem local ale funcţiei f_2;

c) Calculaţi $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2C_n^0+3C_n^1+4C_n^2+.....+(n+1)C_n^{n-1}+(n+2)C_n^n}{n\cdot 2^n}$.

Prof. Ion BADEA, Ploiești

Subiectul 4 (30 puncte)

Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\min\left(x,\ln\left(1+x^2\right)\right)$. Să se arate:

a) f continuă și bijectivă pe $\mathbb{R}$;

b) Să se calculeze $\left(f^{-1}\right)^I(\ln 2)$.

Prof. Eduard BUZDUGAN, Slatina

Notă: 10 puncte din oficiu.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

				
MINISTERUL EDUCAŢIEI NAŢIONALE ŞI CERCETĂRII ŞTIINŢIFICE	UNIVERSITATEA DIN PITEŞTI	ŞCOALA GIMNAZIALĂ „GH. POPESCU" MĂRGINENI-OLT	INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN OLT	ŞCOALA GIMNAZIALĂ Nr.2 CARACAL

Concursul Regional de Matematică "Magia Numerelor" ediţia a VII –a,
înscris in Calendarul Concursurilor Regionale –ISJ Olt, nr 11414/15.12.2015, pozitia 39
28 MAI 2016
Clasa a XII -a M1

Subiectul I (30 puncte)

1. Dacă $f:\left[\frac{1}{2},\infty\right)\to\left[\frac{3}{2},\infty\right)$, $f(x)=x^2-x+1$ şi $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x-1$ calculaţi $g^{-1}\left(f\left(2\right)\right)$, unde g^{-1} este inversa lui g.
2. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia: $\ln^2 x-8\ln x+15=0$.
3. Determinaţi coeficientul lui x^2 din dezvoltarea $(x^2+x+1)^{2016}$.
4. Câte diagonale are un poligon convex cu 15 laturi?
5. Determinaţi numărul real a pentru care vectorii $\vec{u}=2\cdot\vec{i}+a\cdot\vec{j}$ şi $\vec{v}=\left(a+1\right)\cdot\vec{i}+3\cdot\vec{j}$ sunt perpendiculari.
6. Dacă $x,y\in\left(0,\frac{\pi}{4}\right)$, iar $\sin x+\cos y=\sqrt{2}$ şi $\sin y+\cos x=\sqrt{2}$. Calculaţi $\cos\left(x+y\right)$.

Prof. Mihaela Mioara MIREA, Craiova

Subiectul II (30 puncte)

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix} x & 0 & 0\\ x & 1 & 0\\ x & 0 & 1\end{pmatrix}$ şi $B=\begin{pmatrix} p & 0 & 0\\ 0 & p & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ unde $x\in\mathbb{C}^*$ şi $k\in\mathbb{N}^*$.
   a) Demonstraţi că $AB-BA\neq O_3$ şi $\left(AB-BA\right)^2=O_3$, $\forall x\in\mathbb{C}$ şi $\forall k\in\mathbb{N}^*$, unde O_3 este matricea nulă de ordin 3.
   b) Pentru $x=2$ calculaţi A^n, $n\in\mathbb{N}^*$.
   c) Demonstraţi că mulţimea $M=\left\{\left(B+I_3\right)^n \middle| n\in\mathbb{N}^*\right\}$ este infinită $k\in\mathbb{N}^*$.
2. Fie $f=x^3-x^2-4x+a$, $a\in\mathbb{R}$.
   a) Determinaţi a ştiind că este rădăcină a lui f.
   b) Calculaţi suma cuburilor rădăcinilor lui f.
   c) Rezolvaţi sistemul: $\begin{cases} x+y+z=1\\ xy+yz+zx=-4\\ x^3+y^3+z^3=1\end{cases}$.

Prof. Anca NEGULESCU, Bucureşti

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE	UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI	ȘCOALA GIMNAZIALĂ „GH. POPESCU” MĂRGINENI-OLT	INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT	ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr.2 CARACAL

Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediția a VII –a,
înscris in Calendarul Concursurilor Regionale –ISJ Olt, nr 11414/15.12.2015, pozitia 39
28 MAI 2016

Subiectul III (30 puncte)

1. Fie $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definită astfel $f(x)=\begin{cases} a\cdot x\cdot e^x, & x\le 0 \\ b(x^2-3x+2)+c\cdot arctgx, & x>0 \end{cases}$, $a,b,c\in\mathbb{R}$.

a) Să se determine o relaţie între a şi c astfel încât f să fie derivabilă în origine.

b) Pentru $a=1$, să se determine ecuaţia tangentei în punctul $A\left(-1,-\frac{1}{e}\right)$.

c) Pentru $b=1$ şi $c=1$, să se arate că $\frac{arctgx}{x}<1-x,\quad \forall x>0$.

Prof. Mihaela Mioara MIREA, Craiova

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x\sqrt{x^2+2}$ şi şirul $(I_n)_{n\ge 2}$, $I_n=\int_0^1 x^{n-1}f(x)dx,\ \ n\ge 2$.

a. Determinaţi primitivele funcţiei f.

b. Arătaţi că şirul $(I_n)_{n\ge 2}$ este monoton şi mărginit.

c. Calculaţi $\lim_{n\to\infty} n(I_n+2I_{n-2})$.

Prof. Anca NEGULESCU, București

SUBIECTUL al IV-lea- PERFORMANȚĂ (20 puncte)

1. Fie $(G,\cdot)$ un grup şi $a\in G$ un element fixat pentru care $ax^3a=x, \forall x\in G$. Să se arate că grupul $(G,\cdot)$ este comutativ.

Prof. Anca NEGULESCU, București

2. Arătaţi că $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x}\cdot\sin 2x\cdot(2\cos x+1)dx=1+e+\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x}\cdot\sin x dx$.

Prof. Mihaela Mioara MIREA, Craiova

Notă: 10 puncte din oficiu.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore

				
MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE	UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI	ȘCOALA GIMNAZIALĂ „GH. POPESCU" MĂRGINENI-OLT	INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT	ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr.2 CARACAL

Concursul Regional de Matematică "Magia Numerelor" ediţia a VII –a,
înscris in Calendarul Concursurilor Regionale –ISJ Olt, nr 11414/15.12.2015, pozitia 39
28 MAI 2016
Clasa a XII -a M2

Subiectul I (30 puncte)

1. (5p) Calculați: $\sqrt[3]{4}\cdot 2^{\frac{4}{3}}-4^{2017}:4^{2016}$.
2. (5p) Rezolvați în $\mathbb{Z}$ inecuația $x^2-5x+6\le 0$.
3. (5p) Aflați numărul de submulțimi cu trei elemente ale mulțimii $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
4. (5p) Rezolvați ecuația $\log_x(4x-3)=2$.
5. (5p) Calculați $\sin 70^\circ-\cos 20^\circ$
6. (5p) Aflați al zecelea termen al unei progresii aritmetice $(a_n)_{n\ge 1}$ în care $a_1=2$ și $r=3$.

Prof Ionuț IVĂNESCU, Craiova

Subiectul II (30 puncte)

1. Pentru $x\in\mathbb{R}$ se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & x & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 5^x\end{pmatrix}$.

a. (5p) Calculați $\det A(2)$

b. (5p) Demonstrați că $A(x)\cdot A(y)=A(x+y),\quad x,y\in\mathbb{R}$

c. (5p) Aflați $A^n(1)$, unde $n\in\mathbb{N}$.

2. Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compozitie "$\circ$" astfel: $x\circ y=2xy-4x-4y+10$

a. (5p) Demonstrați că legea "$\circ$" este asociativă

b. (5p) Aflați elementul neutru al legii "$\circ$"

c. (5p)Calculați $(-2016)\circ(-2015)\circ\ldots\circ(-2)\circ(-1)\circ 0\circ 1\circ 2\circ\ldots\circ 2015\circ 2016$

Prof Ionuț IVĂNESCU, Craiova

Subiectul III((30 puncte)

1. Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^{2x}-2x$

a. (5p) Calculați $f'(x)$.

b. (5p) Aflați punctele de extrem ale funcției f ,

c. (5p) Determinați mulțimea valorilor funcției f ,

				
MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE	**UNIVERSITATEA DIN PITEȘTI**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ „GH. POPESCU” MĂRGINENI-OLT**	**INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT**	**ȘCOALA GIMNAZIALĂ Nr.2 CARACAL**

Concursul Regional de Matematică “Magia Numerelor” ediţia a VII –a,
înscris in Calendarul Concursurilor Regionale –ISJ Olt, nr 11414/15.12.2015, pozitia 39
28 MAI 2016

2. Se consideră funcția $g:(0,\infty)\to\mathbb{R}$, $g(x)=x^2-\frac{1}{x}$.

a. (5p) Aflați primitiva funcției g care se anulează în punctul $x=1$.

b. (5p) Demonstrați că $\int_1^2 g(x)dx \ge 0$.

c. (5p) Calculați $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1}{x^4}\cdot\int_1^x g(t)dt$.

Prof Ionuț IVĂNESCU, Craiova

SUBIECTUL al IV-lea- PERFORMANȚĂ (20 puncte)

1. (10p) Să se arate că grupurile $(\mathbb{Q},+)$ și $(\mathbb{Q}_+^*,\bullet)$ nu sunt izomorfe.

2. (10p) Fie $a,b\in\mathbb{R},\ a<b$ și $f:\mathbb{R}\to(0;\infty)$ o funcție continuă. Calculați $\int_a^b \frac{f(x-a)}{f(x-a)+f(b-x)}dx.$

Prof Ionuț IVĂNESCU, Craiova

Notă: 10 puncte din oficiu.
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp efectiv de lucru 3 ore