Concursul național de matematică

“LAURENȚIU PANAITOPOL”

Ediția a V-a, Bucureşti, 24.11.2012

Clasa a VIII-a

1. Fie n un număr natural.

a) Arătați că, dacă numărul $2n^2+3n+1$ este pătrat perfect, atunci numerele $n+1$ şi $2n+1$ sunt pătrate perfecte.
b) Arătați că, dacă numerele $n+1$ şi $2n+1$ sunt pătrate perfecte, atunci n se divide cu 24.

2. Determinați cel mai mare număr întreg k pentru care $2a^2+2ab+5b^2-a+4b\geq k$, oricare ar fi numerele întregi a şi b. Menționați cazurile pentru care are loc egalitatea.

3. a) Se consideră triunghiul MNP în care $m\left(\widehat{MPN}\right)=90^\circ$, iar lungimea razei cercului înscris este r. Arătați că $r=\dfrac{PM+PN-MN}{2}$;
b) Se consideră un punct E pe latura unui pătrat $ABCD$. Pe paralela dusă prin punctul A la dreapta DE se consideră punctul F astfel încât patrulaterul $ADEF$ să fie trapez isoscel. Fie $\{G\}=FE\cap AB$. Arătați că lungimea razei cerului înscris triunghiului BGE este egală cu lungimea segmentului $[FG]$.

4. Determinați toate tripletele de numere naturale nenule (m,n,p) cu proprietatea că $5^m+n!=7^p$, unde $n!=1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n$.

. **Notă**: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se punctează dela 0 la 7.
Timp de lucru: 3 ore efectiv.