

Concursul național de matematică

“LAURENȚIU PANAITOPOL”

București, 24.11.2012

Soluții și bareme - clasa a VI-a

1.	Dacă $a = 0$, atunci $b \geq 1$. Dacă $b = 1$, atunci $c + d = 4$.	1p
	Deoarece $c \geq 2$, obținem contradicție.	1p
	Dacă $a = 1$, atunci $b \geq 2$. Dacă $b = 2$, atunci $c \geq 3$ și $c + d = 7$ și $2 + d = 2c$	2p
	Pentru $c = 3$, obținem $d = 4$, care verifică.	1p
	În acest caz, $a + b + c + d = 10$. Dacă $a \geq 2$, atunci $a + b + c + d \geq 2 + 3 + 4 + 5 = 14 > 10$	2p
2.	Egalitatea din enunț este echivalentă cu $(m + p)(n + q) = 1$, deci $n + q = 1 : 2,5 = 0,4$	2p
	Avem $8q = 0,4$, deci $q = 0,05$ și $n = 0,35$	2p
	Obținem $p = 1,2 - 0,05 = 1,15$	2p
	Deci $m = 2,5 - 1,15 = 1,35$	1p
3.	a) Avem $mp = (100000000 - 1) \cdot \overline{aaaa} = \overline{aaaa00000000} - \overline{aaaa}$	1p
	Echivalent cu $mp = \overline{aaa(a-1)9999(9-a)(9-a)(9-a)(10-a)}$	1p
	Ca urmare, suma cifrelor este egală cu 72	2p
	b) Este necesar și suficient ca numărul $a(a-1)(9-a)(10-a)$ să fie pătrat perfect	1p
	Obținem $a \in \{1; 5; 9\}$	2p
4.	Numărul este 28.	
	Suma primelor numere naturale nenule este egală cu $\frac{10 \cdot 11}{2} = 55$	1p
	Deoarece 55 este impar, mulțimea celor 10 numere nu poate fi împărțită în două submulțimi disjuncte cu sumele elementelor egale.	2p
	Considerăm mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11\}$ care are suma elementelor egală cu 56	2p
	Colorăm, de exemplu, numerele 1, 2, 5, 9 și 11 în roșu, iar numerele 3, 4, 6, 7 și 8 în albastru. Suma numerelor monocolor este egală cu 28.	2p