

Concursul național de matematică

“LAURENȚIU PANAITOPOL”

București, 20.11.2010

Clasa a VIII-a

1. a) Determinați numerele întregi a și b astfel încât $(\sqrt{2} + 1)^{-2} = a + b \cdot \sqrt{2}$;
b) Arătați că $(3 - 2\sqrt{2})^5 < 0,001$.
2. Se consideră numerele reale pozitive a și b .
a) Demonstrați că $\frac{\sqrt{a}}{b+1} + \frac{\sqrt{b}}{a+1} \geq \frac{\sqrt{a}}{a+1} + \frac{\sqrt{b}}{b+1}$;
b) Determinați numerele a și b știind că $\frac{\sqrt{a}}{a+1} + \frac{\sqrt{b}}{b+1} \geq 1$.
3. Determinați numerele reale x care verifică inegalitatea $|4x^2 - 1| + |4x - 5| \leq 3$.
4. Se consideră triunghiul isoscel ABC , $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ și punctul E exterior triunghiului astfel încât $m(\widehat{BEC}) = 135^\circ$.
a) Arătați că triunghiul AEB este isoscel;
b) Punctul D este mijlocul segmentului $[BC]$, H este proiecția punctului E pe dreapta BC , iar J este proiecția punctului A pe dreapta DE . Demonstrați că $HJ = AD$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se punctează dela 0 la 7.
Timp de lucru: 3 ore efectiv.