

Concursul național de matematică

“LAURENȚIU PANAITOPOL”

București, 20.11.2010

Clasa a VII-a

1. Determinați numerele naturale a, b și $A = 2^a \cdot 3^b$, știind că numărul $2 \cdot A$ are cu 3 divizori mai mulți decât A , iar $3 \cdot A$ are cu 4 divizori mai mulți decât A .
2. Se consideră numerele $x = \frac{3n+2}{4}$ și $y = \frac{28}{3n+1}$, unde $n \in \mathbb{N}$.
 - a) Verificați dacă numerele x și y pot fi simultan numere naturale;
 - b) Determinați numerele naturale n pentru care $x \cdot y \in \mathbb{N}$.
3. Fie $A = \{x_1, x_2, \dots, x_8\} \subset \mathbb{Z}$. Suma elementelor din mulțimea A este egală cu 0. Fiecare element $x_i \in A$, $i \in \{1, 2, \dots, 8\}$ se înmulțește cu suma celorlalte elemente din A și se obține produsul P_i . Definim $S_A = P_1 + P_2 + \dots + P_8$.
 - a) Arătați că $S_A < 0$;
 - b) Determinați mulțimile A cu proprietățile că $S_A = -200$, iar modulele elementelor din A sunt distincte și cel mult egale cu 8.
4. Fie M mijlocul laturii $[BC]$ a triunghiului ascuțitunghic ABC . Pe laturile $[AB]$ și $[AC]$ se construiesc, în exterior, triunghiurile isoscele ABD și ACE astfel încât $AB = AD$, $AC = AE$, iar unghiurile \widehat{DAB} și \widehat{CAE} să fie suplementare.
Demonstrați că $AM = \frac{1}{2} \cdot DE$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7.
Timp de lucru: 3 ore efectiv.