

Concursul național de matematică

“LAURENȚIU PANAITOPOL”

București, 07.11.2009

Clasa a VII-a

1. a) Calculați: $50^{50} \cdot 49^{49} \cdot 48^{48} \cdot \dots \cdot 2^2 \cdot 1^1 + (-1)^1 \cdot (-2)^2 \cdot (-3)^3 \cdot \dots \cdot (-49)^{49} \cdot (-50)^{50}$.
b) Determinați cel mai mare număr natural n care verifică egalitatea :
$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 100 = x \cdot 5^n, \quad x \in \square .$$
2. a) Dați exemplul de zece numere întregi diferite pentru care suma modulelor lor este egală cu 25.
b) Fie n un număr natural, $n \geq 2$. Arătați că suma modulelor a $2n+2$ numere întregi diferite este cel puțin egală cu $(n+1)^2$.
3. a) Aflați câte numere naturale diferite, de câte patru cifre, se pot scrie folosind cifre din mulțimea $\{1;2\}$.
b) Se dă numărul $P = 1001^{1001}$. Arătați că, oricum am alege nouă divizori naturali ai numărului P , există, printre aceștia, doi divizori al căror produs este pătrat perfect.
4. Se consideră patrulaterul convex $ABCD$ în care $m(\sphericalangle BAD) = m(\sphericalangle ADC) = 60^\circ$ și $\sphericalangle BAC \equiv \sphericalangle ADB$. Dacă $AB = 4$ cm și $DC = 7$ cm, determinați lungimea laturii $[AD]$.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.
Fiecare subiect se punctează dela 0 la 7.
Timp de lucru: 3 ore efectiv.