

Concursul național de matematică

“LAURENȚIU PANAITOPOL”

București, 07.11.2009

Bareme și soluții

Clasa a VI-a

1. Dacă x este numărul de zile în care au fost terminate bomboanele, atunci mama a mâncat x bomboane iar copiii au mâncat $3 \cdot (1 + 2 + \dots + x) = 3 \cdot \frac{x \cdot (x+1)}{2}$ bomboane. **2p**
Obținem ecuația $x + 3 \cdot \frac{x \cdot (x+1)}{2} = 175$. **1 p**
Ecuația este echivalentă cu $x \cdot (3x+5) = 350$, $x > 1$. **2 p**
Verifică numai $x = 10$. **2 p**
2. Dacă $p = 2$, atunci $\overline{abc} \in \{112, 121, 211\}$. **1 p**
Deoarece $p^2 = 4$, atunci $(d, e) \in \{(0, 4), (4, 0), (1, 3), (3, 1), (2, 2)\}$.
Obținem $3 \cdot 5 = 15$ numere. **2 p**
Dacă $p = 3$, atunci $\overline{abc} \in \{113, 131, 311\}$ **1 p**
Deoarece $p^2 = 9$, atunci
 $(d, e) \in \{(0, 9), (9, 0), (1, 8), (8, 1), (2, 7), (7, 2), (6, 3), (3, 6), (4, 5), (5, 4)\}$
Obținem $3 \cdot 10 = 30$ numere. **2 p**
Pentru $p \geq 5$, problema nu are soluții deoarece $d + e < 25$.
Finalizare: sunt 45 de numere. **1 p**
3. a) Avem $A = 3^2 \cdot 7 \cdot 17 \cdot 13$. **2 p**
Numărul de divizori ai lui A este egal cu 24. **1 p**
b) Avem $B = 7^2 \cdot 17^2 \cdot 3 \cdot 13^2$. **2 p**
Cel mai mic multiplu comun al numerelor A și B este $B = (3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 17)^2$. **2 p**
4. a) Punctul A_{13} este mijlocul segmentului $[A_1 A_{25}]$.
În total sunt 12 segmente care au mijlocul în punctul A_{13} . **3 p**
b) Numărul de segmente este egal cu 10. **2 p**
c) Numărul de segmente este egal cu $12 \cdot 12 = 144$. **2 p**