Societatea de Ştiinţe Matematice din România
Colegiul Naţional ,,Spiru Haret", Bucureşti
Centrul de Excelenţă ,,Sfâtul Sava", Bucureşti
Institutul de Matematică al Academiei Române

Concursul de matematică ,,Spiru Haret"

Bucureşti, 22 noiembrie 2008

SUBIECTELE

CLASELE VII – VIII

Subiectul 1. Numărul natural $\overline{abcdef}$ este scris în baza 10 şi $ad \neq 0$. Ştiind că $a+d=b+e=c+f=9$ şi $\dfrac{\overline{abcdef}}{\overline{defabc}} \in \mathbb{N}$, determinaţi numărul $\overline{abcdef}$.

Subiectul 2. Determinaţi mulţimea

$$\left\{ \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \mid a, b \in \mathbb{Q}^* \right\} \cap \mathbb{N}.$$

Subiectul 3. Fie $n \geqslant 3$ un număr natural şi mulţimea $A = \{1, 2, \ldots, n\}$.

a) Pentru $n = 2008$, arătaţi că există două submulţimi disjuncte ale mulţimii A, fiecare având câte 1004 elemente, astfel încât suma elementelor din fiecare mulţime să fie aceeaşi.

b) Arătaţi că, oricare ar fi numărul natural $n \geqslant 3$, există $k \in \mathbb{N}$, $k \geqslant 2$ şi mulţimile nevide $A_1, A_2, \ldots, A_k$, disjuncte două câte două, astfel încât oricare ar fi i, $j \in \{1, 2, \ldots, k\}$, suma elementelor din mulţimea A_i este egală cu suma elementelor din mulţimea A_j, iar $A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_k = A$.

Subiectul 4. Fie triunghiul ABC în care $AB = AC$ şi $m\,(\angle BAC) = 20°$. Punctul M este situat pe segmentul (AC), astfel încât $AM = BC$. Determinaţi $m\,(\angle BMC)$.

Timp de lucru: 3 ore
Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.